

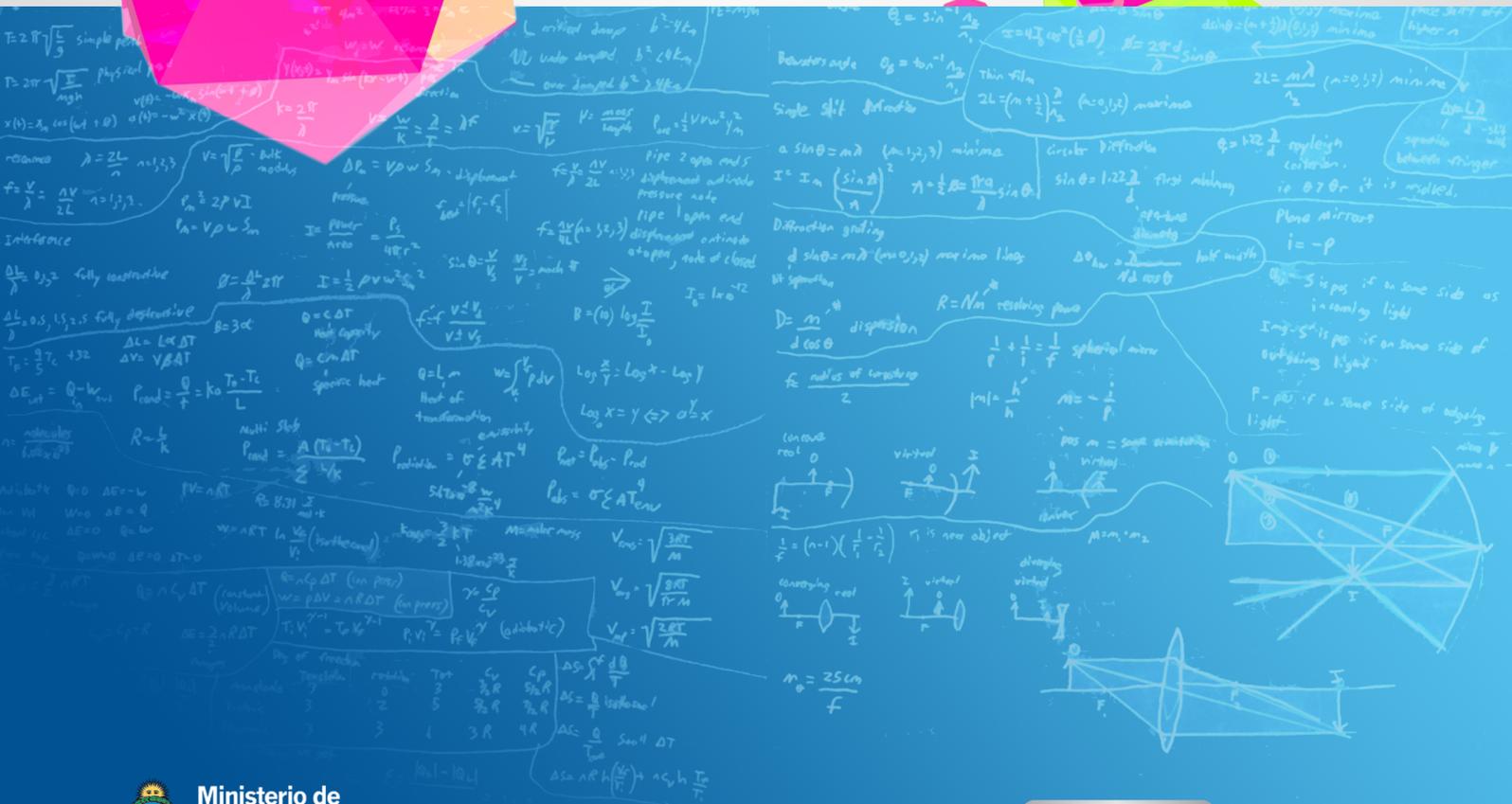
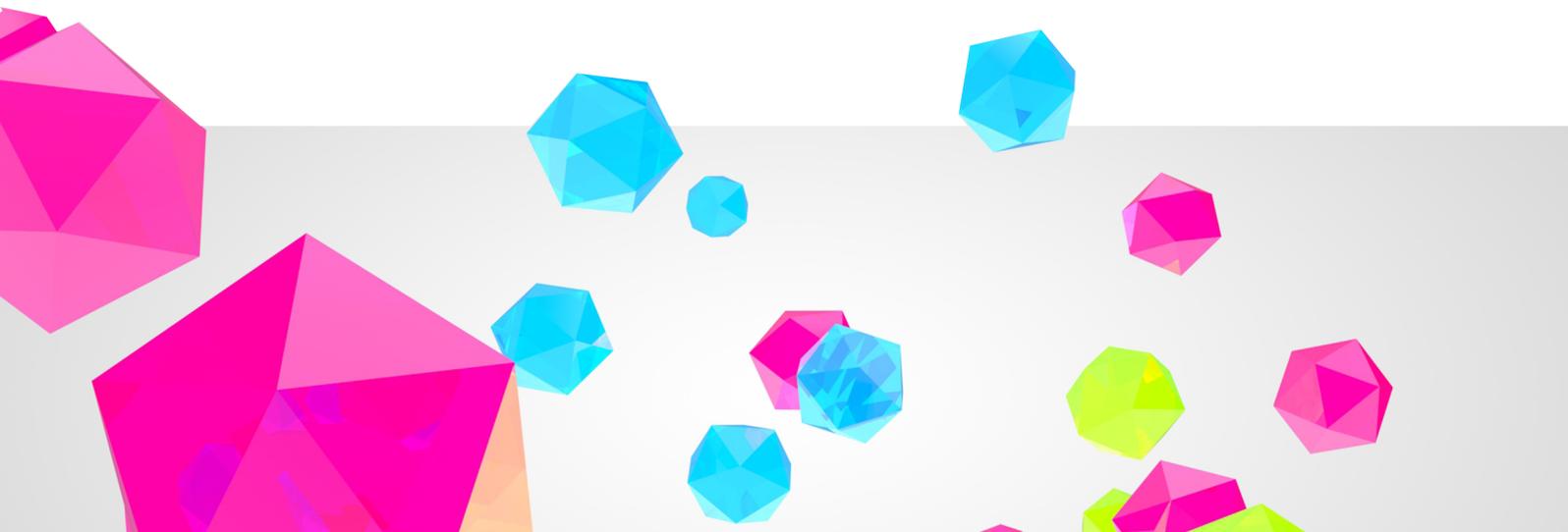
PISA

Programa Internacional de
Evaluación de Estudiantes

MATEMÁTICA

PROGRAMA DE CAPACITACIÓN Y SENSIBILIZACIÓN

MÓDULO 1



Ministerio de
Educación
Presidencia de la Nación



Dirección Nacional de
Información y Evaluación
de la Calidad Educativa

PISA

Programa Internacional de
Evaluación de Estudiantes

MATEMÁTICA

PROGRAMA DE CAPACITACIÓN Y SENSIBILIZACIÓN

MÓDULO 1

AUTORIDADES

Presidenta de la Nación

Dra. CRISTINA FERNÁNDEZ DE KIRCHNER

Ministro de Educación

Prof. ALBERTO ESTANISLAO SILEONI

Secretario de Educación

LIC. JAIME PERCZYK

Subsecretaria de Planeamiento Educativo

PROF. MARISA DÍAZ

Directora Nacional de Información
y Evaluación de la Calidad Educativa

Dra. LILIANA PASCUAL

DOCUMENTO ELABORADO POR EL DEPARTAMENTO DE EVALUACIÓN DE LA DINIECE

DEPARTAMENTO DE EVALUACIÓN DE LA CALIDAD EDUCATIVA

Mg. Mariela Leones

ÁREA TÉCNICO-PEDAGÓGICA

Lic. Patricia Scorzo

Prof. Jorge Novello

Dra. Viviana Vega

ÁREA DE MATEMÁTICA

Prof. Lilita Bronzina

Prof. Pilar Varela

Lic. Nora Burelli

Prof. Andrea Novembre

ÁREA DE LENGUA

Prof. Beba Salinas

Lic. Andrea Baronzini

Prof. Graciela Piantanida

Lic. Carmen de la Linde

Prof. Graciela Fernández

ÁREA DE CIENCIAS SOCIALES

Prof. Amanda Franqueiro

Prof. Andrés Nussbaum

Prof. Ana Lamberti

ÁREA DE CIENCIAS NATURALES

Mg. Elizabeth Liendro

Prof. Norma Mustaccioli

Lic. Florencia Carballido

Lic. Evangelina Indelicato

ASISTENCIA TÉCNICO-PEDAGÓGICA

Prof. Natalia Rivas

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN:

Karina Actis

Juan Pablo Rodríguez

Coralía Vignau

ÍNDICE

I	CARTA A DOCENTES Y OBJETIVOS	7
II	PRIMERA PARTE: Las pruebas PISA	9
	Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes	11
	La prueba PISA	11
	Lo que evalúa PISA	11
	Lo que NO evalúa PISA	12
	Capacidad Matemática.....	13
	Capacidad Científica	15
	Capacidad Lectora.....	17
III	SEGUNDA PARTE: Los ítems de Matemática de la prueba PISA.....	19
	I. Ejemplos de actividades o ítems liberados de Matemática para trabajar con los Contenidos a evaluar	21
	II. Ejemplos de actividades o ítems liberados de Matemática para trabajar con las Capacidades a evaluar.....	29
	III. Ejemplos de actividades o ítems liberados de Matemática para trabajar con criterios de corrección	34

Estimados/las Docentes:

Queremos recordarles que nuestro país participa desde el año 2000 en el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) que se aplica actualmente en más de 60 países a estudiantes de 15 años y evalúa las capacidades en Matemática, Lectura y Ciencias. En este marco el presente material didáctico, que se divide en dos módulos y una actividad de simulación, tiene como propósito compartir con ustedes y con sus estudiantes información sobre las características y estructura de los instrumentos de evaluación que se aplicarán en el Estudio Definitivo PISA 2012, en agosto del corriente año.

La propuesta de trabajo que alentamos consiste en ofrecer oportunidades para que los estudiantes ensayen, acompañados por sus docentes y en su entorno cotidiano, las actividades o los ítems liberados, que en estos documentos se presentan. Estos ítems fueron empleados en aplicaciones anteriores del Estudio PISA y no volverán a utilizarse.

Con esta finalidad presentamos estos módulos, con la expectativa de que cada docente los pueda trabajar con su grupo de estudiantes de forma tal, que puedan familiarizarse con esta modalidad de evaluación y con los diversos recursos y alternativas disponibles para su resolución. Pero también, para revalorizar y reflexionar sobre la lógica del proceso de evaluación que se pone en juego.

Estamos proponiendo entonces, dos encuentros a realizarse en los meses de abril y junio de este año, anteriores a la aplicación de la evaluación definitiva que se llevará a cabo en el corriente año.

Confiamos en que este documento pueda resultar de utilidad para el trabajo conjunto entre docentes y estudiantes y, tanto como sea posible, que se pueda contar con el apoyo y colaboración de las familias.

*En este **Primer Módulo** encontrarán una reseña sobre el alcance de las pruebas PISA, y ejemplos de ítems agrupados según contenidos y capacidades a evaluar en Matemática.*

Auguramos que esta propuesta de trabajo pueda constituirse en un aporte que enriquezca sus prácticas de enseñanza, al tiempo que posibilite a los estudiantes transitar en mejores condiciones la próxima evaluación del Estudio PISA.

Finalmente agradecemos la participación y deseamos que puedan disfrutar esta propuesta.

OBJETIVOS

Presentar las características y alcance del Estudio PISA, como así también, la estructura de los instrumentos que conforman la evaluación.

Brindar información anticipada sobre las capacidades cognitivas y contenidos implicados en la resolución de los ítems.

Proporcionar a los docentes ítems liberados como un recurso didáctico más, para que sean trabajados en el aula antes de la implementación del Estudio PISA.

PISA
Programa Internacional de
Evaluación de Estudiantes

Primera
Parte

LAS PRUEBAS PISA

El **Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA)**, por sus siglas en inglés) es una prueba elaborada por la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE), que se aplica cada tres años desde el año 1997. Nuestro país se incorporó al programa en el año 2000. Esta evaluación la resuelven estudiantes de 15 años en más de 60 países en el mundo; en 2012 se aplicará nuevamente en nuestro país.

PISA evalúa capacidades en tres áreas: matemática, ciencias y lectura. Esta prueba busca conocer en qué medida los estudiantes de 15 años han adquirido los conocimientos y capacidades relevantes para participar en la sociedad moderna.

Cada año de aplicación, la prueba hace foco en alguna de las tres áreas que evalúa. En el 2000 el énfasis estuvo puesto en lectura, en 2003 en matemática y en 2006, en ciencias. El ciclo se repite, por lo tanto en 2009 el foco estuvo en lectura y en 2012 estará puesto en matemática. Esto significa que el 60% de la prueba evaluará la capacidad matemática y el 40% a las otras dos áreas de la prueba respectivamente..

La prueba PISA:

- ▶ Es una prueba **estandarizada** internacional;
- ▶ Todos los jóvenes que se presentan, reciben **pruebas parecidas y equivalentes**. Los estudiantes evaluados a lo largo y a lo ancho del mundo, participan de esta manera, de una experiencia común.
- ▶ Se utiliza **papel y lápiz**.
- ▶ Dura **dos horas**.
- ▶ Contiene diversos tipos de ítems.

Lo que evalúa PISA:

- ▶ Los resultados de la prueba muestran el grado en que fueron aprendidos los contenidos y las capacidades en el conjunto de los sistemas educativos que participan.
- ▶ PISA busca que los resultados sean utilizados para facilitar la creación de políticas educativas que permitan a los estudiantes adquirir los contenidos y las capacidades que necesitan para enfrentar los retos de la vida real, en el contexto internacional.

Lo que NO evalúa PISA:

- ▶ PISA no está diseñada para evaluar el aprendizaje de los contenidos específicos fijados en los programas de estudio cursados por los estudiantes.
- ▶ PISA tampoco está pensada para evaluar el desempeño de los docentes con respecto a los programas de estudio vigentes.

Los ítems de la prueba PISA:

En la prueba PISA la composición básica es la siguiente:

Un texto

Un texto continuo o discontinuo, una tabla, un gráfico o figuras, que estimula la lectura, un texto real que circula en la sociedad y que requiere de ciertas destrezas básicas de parte de quienes lo leen, que van más allá de simplemente saber qué palabras lo constituyen.

Una pregunta

Es un enunciado en el que se proporciona una instrucción para que se responda de acuerdo con la lectura del texto. Las preguntas siempre se relacionan con el texto y consultan acerca de alguna propiedad de éste, que exigen que el lector interactúe con el texto de manera guiada siguiendo un propósito específico.

Un espacio de respuesta

Es una sección del reactivo que permite que los estudiantes respondan a la pregunta que se le realiza acerca del texto. Este espacio tiene diferentes características dependiendo de qué tipo de ejercicio se está utilizando.

Las pruebas están conformadas con diferentes tipos de actividades:

OPCIÓN MÚLTIPLE SIMPLE: Los estudiantes deben seleccionar una sola de entre varias alternativas que se le presentan como posibles respuestas a la pregunta. (generalmente con 4 opciones).

OPCIÓN MÚLTIPLE COMPLEJA: los estudiantes deben seleccionar más de una entre varias alternativas que se le presentan como posibles respuestas a la pregunta (sí/no, acuerdo/desacuerdo, falso/verdadero).

ABIERTOS: Los estudiantes deben redactar:

- una respuesta corta: una respuesta breve a la pregunta, en este caso NO se presentan alternativas.
- una respuesta extendida: una respuesta algo más extensa. Incluye una argumentación.

CAPACIDAD MATEMÁTICA

Es la capacidad de un individuo para **analizar, razonar y comunicar de forma eficaz**; como también de plantear, resolver, e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones que incluyen conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, de probabilidad, o de otro tipo. Además, tiene que ver con la capacidad para identificar y entender la función que desempeña la matemática en el mundo, emitir juicios fundados y, utilizar y relacionarse con la matemática de manera que pueda satisfacer las necesidades de la vida cotidiana de un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

El concepto de capacidad matemática tiene tres dimensiones:

1. **Los contenidos** de evaluación de la capacidad matemática que se refieren al tipo de tema abordado en los problemas y tareas de matemática. Abarcan problemas de cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones, e incertidumbre.
2. **La situación o contexto**, que es donde se ubican los problemas matemáticos.
3. **Los procesos** que el estudiante debe desplegar para conectar los fenómenos observados con la matemática y resolver los problemas correspondientes. Están divididos en tres grupos, de acuerdo con el grado de complejidad que suponen:

Reproducción: proceso que implica trabajar con operaciones comunes, cálculos simples y problemas propios del entorno inmediato y la rutina cotidiana.

Conexión: proceso que involucra ideas y procedimientos matemáticos para la resolución de problemas que ya no pueden definirse como ordinarios, pero que aún incluyen escenarios familiares. Además, involucra la elaboración de modelos para la solución de problemas.

Reflexión: proceso que implica la solución de problemas complejos y el desarrollo de una aproximación matemática original. Para ello los estudiantes deben matematizar o conceptualizar las situaciones.

Los problemas matemáticos que se plantean están situados en cuatro diferentes contextos o situaciones:

1. **Situación personal**, relacionada con el contexto inmediato de los alumnos y sus actividades diarias;
2. **Situación educativa o laboral**, relacionada con la escuela o el entorno de trabajo;
3. **Situación pública**, relacionada con la comunidad, y
4. **Situación científica**, que implica el análisis de procesos tecnológicos o situaciones específicamente matemáticas.

Por lo tanto PISA Matemática:

Mide la capacidad para:

- Identificar y entender el papel que la matemática tiene en la sociedad y el mundo.
- Hacer juicios bien fundamentados y poder usar e involucrarse con la matemática.
- Razonar, analizar y comunicar operaciones matemáticas.
- Utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana.

Requiere de las siguientes capacidades:

- Reproducción.
- Conexión.
- Reflexión.

Evalúa los siguientes contenidos:

- Espacio y forma.
- Cambio y relaciones.
- Cantidad.
- Incertidumbre.

CAPACIDAD CIENTÍFICA

Es la capacidad que tiene un individuo de utilizar el **conocimiento científico** para **identificar temas, adquirir nuevos conocimientos, explicar fenómenos científicos y obtener conclusiones**, basándose en evidencias acerca de problemas relacionados con la ciencia, con el fin de comprender y tomar decisiones relativas al mundo natural y a los cambios producidos por la actividad humana.

Los tres procesos implicados en la definición anterior son:

- ▶ **Identificar temas científicos:** pone en juego la capacidad de reconocer temas o preguntas que pueden ser investigadas científicamente en una situación dada e identificar palabras clave para buscar información sobre un tema dado.
- ▶ **Explicar científicamente fenómenos:** consiste en aplicar el conocimiento de la ciencia al describir o interpretar fenómenos y predecir cambios.
- ▶ **Usar evidencias científicas:** implica poder captar el sentido de los hallazgos científicos con el fin de utilizarlos como evidencias o pruebas para realizar afirmaciones o extraer conclusiones.

Las tareas que los estudiantes deben realizar para la evaluación de su capacidad en el área de ciencias consisten en:

- ▶ Describir y explicar fenómenos científicos.
- ▶ Interpretar evidencias y conclusiones científicas.
- ▶ Manifiestar su comprensión del proceso de investigación científica.

Los problemas planteados involucran contenidos y conceptos de Física, Química, Ciencias biológicas y Ciencias de la tierra y el espacio.

Por lo tanto PISA Ciencias:

Mide la capacidad para:

Utilizar los conocimientos científicos y el uso que un individuo hace de ellos para identificar preguntas, adquirir nuevos conocimientos, explicar los fenómenos científicos y elaborar conclusiones basadas en evidencias sobre asuntos relacionados con la Ciencia

Requiere de las siguientes capacidades:

- 
- Identificar temas científicos.
 - Explicar científicamente fenómenos.
 - Usar evidencia científica.

Evalúa los siguientes contenidos:

- 
- Conocimiento **de** la Ciencia.
 - Conocimiento **sobre** la Ciencia.

CAPACIDAD LECTORA

Es la capacidad de un individuo para comprender, emplear, reflexionar e interesarse en textos escritos con el fin de lograr metas propias, desarrollar sus conocimientos y su potencial personal y participar en la sociedad.

Los procesos implicados por lo tanto son:

- ▶ **Acceder y recuperar:** implica habilidades asociadas a buscar, seleccionar y reunir información.
- ▶ **Integrar e interpretar:** se refiere al procesamiento de lo que se lee para darle un sentido propio.
- ▶ **Reflexionar y evaluar:** implica aprovechar el conocimiento, las ideas o valores que están más allá del texto con el propósito de relacionar la información dada dentro de éste con los propios marcos de referencia del lector, ya sea conceptual o basados en su experiencia.

Los contenidos de la capacidad lectora abarcan textos construidos en prosa, organizada en oraciones y párrafos.

- ▶ **Formatos de texto:** continuos, discontinuos, mixtos y múltiples; que presentan información estructurada de diferente manera; por ejemplo, listas, formularios, gráficos o diagramas.
- ▶ **Distingue entre diferentes tipos de texto,** como la descripción, la narración, la exposición y la argumentación

La diferencia entre los formatos de texto se basa en el principio de que en la vida adulta los individuos se encontrarán con una gran variedad de textos, de modo que no será suficiente saber leer los tipos de textos que se presentan habitualmente en las escuelas.

Por lo tanto PISA Lectura:

Mide la capacidad para:

- Comprender, emplear información y reflexionar a partir de textos continuos y discontinuos ;
- Desarrollar el conocimiento y el potencial personal;
- Participar en todos los ámbitos de la sociedad: político, educacional, laboral y cultural;
- Identificar y comprender la función que desempeñan la gran variedad de textos de la vida cotidiana;
- Emitir juicios fundados, utilizar y relacionarse con todo tipo de textos para satisfacer las necesidades de la vida como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

Requiere de las siguientes procesos:

- Acceder y recuperar.
- Integrar e interpretar.
- Reflexionar y evaluar.

Se basa en diversos tipos de materiales de lectura:

- **Textos continuos** que incluyen diferentes tipos de prosa como la narración y la exposición.
- **Textos discontinuos** que incluyen información en forma de gráficas, listas, formularios y mapas.
- **Textos mixtos** son una combinación entre el formato continuo y el discontinuo.
- **Textos múltiples** son una colección de textos creados originalmente de forma independiente, pero que se decide reunirlos para algún propósito específico.

PISA
Programa Internacional de
Evaluación de Estudiantes

Segunda
Parte

MATEMÁTICA

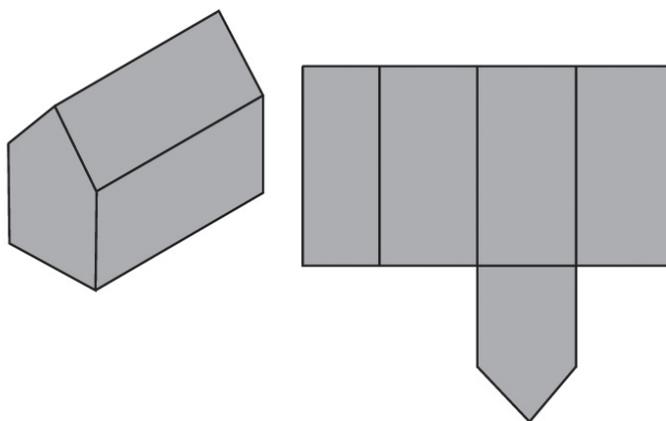
LOS ÍTEMS DE PISA

I. Ejemplos de actividades o ítems liberados para trabajar con los Contenidos a evaluar

ESPACIO Y FORMA

GRANERO

El siguiente ejemplo muestra una representación de un granero y un esquema incompleto del mismo.

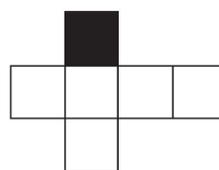
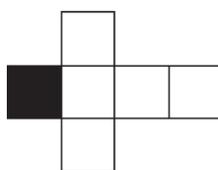
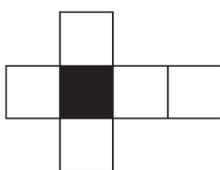
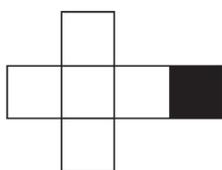
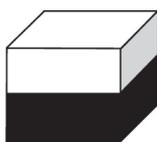


Pregunta 1: GRANERO

Completá el esquema del granero.

CUBO CON BASE NEGRA

En la imagen del cubo, su mitad inferior aparece pintada de negro. Y, para cada uno de los esquemas se ha pintado de negro la cara que forma la base del cubo.



Pregunta 1: CUBO CON BASE NEGRA

Completá cada esquema sombreando los cuadrados pertinentes.

CAMBIO Y RELACION

EXCURSIÓN COLEGIAL

Un curso de un colegio que quiere alquilar un ómnibus para hacer una excursión, se pone en contacto con tres empresas de transporte para obtener información sobre sus precios.

La empresa A cobra una tarifa inicial de 375 zeds más un plus de 0,5 zeds por kilómetro recorrido.

La empresa B cobra una tarifa inicial de 250 zeds más un plus de 0,75 zeds por kilómetro recorrido.

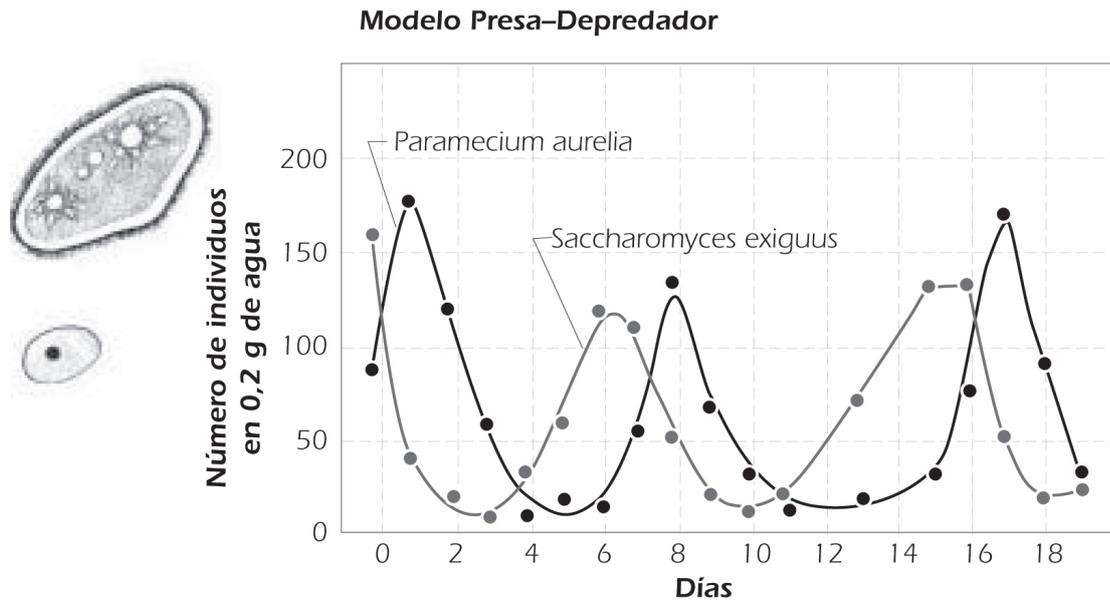
La empresa C cobra una tarifa fija de 350 zeds hasta los 200 kilómetros y 1,02 zeds por cada kilómetro que sobrepase los 200.

Pregunta 1: EXCURSIÓN COLEGIAL

¿Qué empresa deberá elegir el curso si el recorrido total de la excursión se encuentra entre los 400 y los 600 kilómetros? Mostrá cómo hallaste la respuesta.

PRESA - DEPREDADOR

En el gráfico que viene a continuación se muestra el crecimiento de dos organismos vivos: el Paramecium y el Saccharomyces.



Pregunta 1: PRESA - DEPREDADOR

Uno de los dos animales (el depredador) se come al otro (la presa). ¿Permite el gráfico identificar cuál es la presa y cuál es el depredador? Justificá tu respuesta.

Pregunta 2: PRESA - DEPREDADOR

Una propiedad del fenómeno presa – depredador se puede expresar de la siguiente manera: la tasa de crecimiento de los depredadores es proporcional a la cantidad de presas disponibles.

¿Es aplicable esta propiedad al gráfico anterior? Justificá tu respuesta..

CANTIDAD

LATAS DE REFRESCOS

Esta noche das una fiesta. Querés comprar 100 latas de gaseosas. ¿Cuántos paquetes de seis latas vas a comprar? Mostrá cómo hallaste la respuesta.

ALA DELTA

Un ala delta con un índice de descenso de 1 m por cada 22 m inicia su vuelo desde un precipicio de 120 m de altura. El piloto quiere llegar a un punto situado a una distancia de 1.400 metros. ¿Logrará llegar a ese punto (en ausencia de viento)? Mostrá tus cálculos para justificar tu respuesta.

ALQUILER DE BUSES

Un colegio quiere alquilar unos buses (con asientos para ocho pasajeros) para llevar a 98 alumnos a un campamento escolar. ¿Cuántos buses se necesitarán? Mostrá cómo hallaste la respuesta.

PORCENTAJES

Carlos fue a un negocio a comprar un saco cuyo precio habitual era 50 zeds, pero que ahora se vendía con un 20% de descuento. En Zedlandia existe un impuesto sobre las ventas del 5%. El vendedor agregó primero el impuesto del 5% al precio del saco y luego descontó el 20%. Carlos se quejó: quería que el vendedor dedujera primero el 20% y luego agregara el impuesto del 5%.

Pregunta 1: PORCENTAJES

¿Hay alguna diferencia? Muestra tus cálculos para justificar tu respuesta.

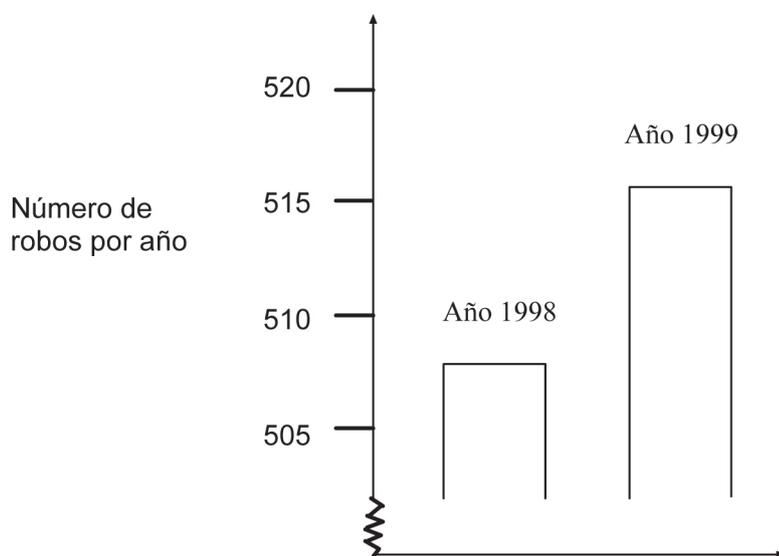
INCERTIDUMBRE

MEDIA DE EDAD

Si el 40% de la población de un país tiene al menos 60 años, ¿es posible que la media de edad sea de 30 años? Justificá tu respuesta.

ROBOS

Un conductor de un programa de televisión mostró este gráfico y dijo: "El gráfico muestra que hay un enorme aumento del número de robos comparando 1998 con 1999".



Pregunta 1: ROBOS

¿Consideras que la afirmación del conductor es una interpretación razonable del gráfico? Da una explicación que fundamente tu respuesta.

REPRODUCCIÓN

II. Ejemplos de actividades o ítems liberados para trabajar con las Capacidades a evaluar.

ECUACIÓN

Resolvé la ecuación. $7x - 3 = 13x + 15$

PROMEDIO

¿Cuál es el promedio de 7, 12, 8, 14, 15, 9?.

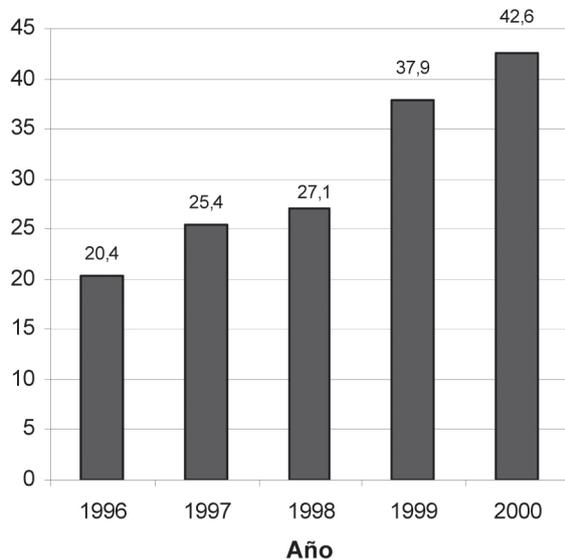
CUENTA DE AHORRO

Se ingresan 100 zeds en una cuenta de ahorro de un banco con un tipo de interés del 4%. ¿Cuántos zeds habrá en la cuenta al cabo de un año?.

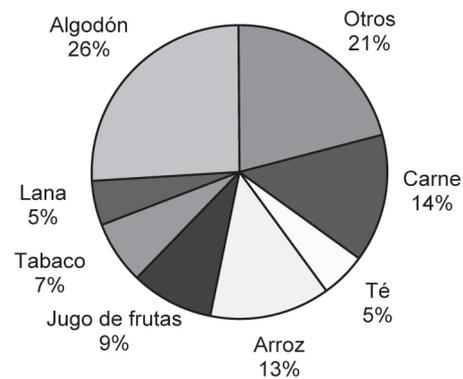
EXPORTACIONES

Los siguientes gráficos muestran información acerca de las exportaciones procedentes de Zedlandia, país que usa el zed como unidad monetaria:

Total anual de exportaciones de Zedlandia, en millones de zeds, años 1996-2000



Distribución de las exportaciones de Zedlandia para el año 2000



Pregunta 1: EXPORTACIONES

¿Cuál fue el valor de las exportaciones de jugos de frutas de Zedlandia en 2000?

- A. 1,8 millones de zeds.
- B. 2,3 millones de zeds.
- C. 2,4 millones de zeds.
- D. 3,4 millones de zeds.
- E. 3,8 millones de zeds.

CONEXIÓN

ALQUILER DE OFICINA

Estos dos anuncios aparecieron en un diario de un país cuya unidad monetaria es el zed.

EDIFICIO A

Se alquilan espacios para oficinas;
58-95 metros cuadrados;
475 zeds al mes;
100-200 metros cuadrados;
800 zeds al mes.

EDIFICIO B

Se alquilan espacios para oficinas;
35 – 260 metros cuadrados;
90 zeds por metro cuadrado al año.

Pregunta 1: ALQUILER DE OFICINA

Si una empresa está interesada en alquilar durante un año una oficina de 110 metros cuadrados en ese país, ¿en qué edificio, A o B, debería alquilar la oficina para conseguir el precio más bajo?

Mostrá cómo hallaste la respuesta. [IES/TIMSS]

PIZZAS

Una pizzería ofrece dos pizzas redondas del mismo grosor en diferentes tamaños. La pequeña tiene 30 cm de diámetro y cuesta 30 zeds. La grande tiene 40 cm de diámetro y cuesta 40 zeds. [PRIM, Stockholm Institute of Education].

Pregunta 1: PIZZAS

¿Qué pizza es la mejor opción en relación con su costo? Mostrá los cálculos que justifican tu respuesta.

REFLEXIÓN

ESTATURA DE LOS ESTUDIANTES

Un día, en una clase de matemáticas, se midió la estatura de todos los estudiantes. Se determinó que la estatura promedio de los hombres era 160 cm y la estatura promedio de las mujeres 150 cm. Amanda, la más alta, midió 180 cm. Zacarías, el más bajo, midió 130 cm.

Ese día, dos alumnos habían faltado a clases, pero estuvieron presentes al día siguiente. Una vez medidos, se recalcularon los promedios. Sorprendentemente, no cambió ni el promedio de altura de las mujeres ni el de los hombres.

Determina si es posible llegar a la(s) conclusión(es) siguiente(s) a partir de esta información. ¿Qué conclusión(es) se puede(n) derivar de la siguiente información? Encierra en un círculo "Sí" o "No" para cada conclusión.

Pregunta 1: ESTATURA DE LOS ESTUDIANTES

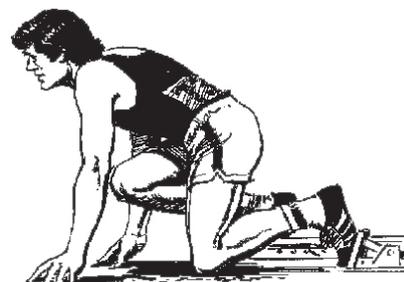
Conclusión	¿Puede obtenerse esta conclusión?
Ambos estudiantes son mujeres.	Sí / No
Uno de los estudiantes es hombre y el otro mujer.	Sí / No
Ambos estudiantes miden lo mismo.	Sí / No
El promedio de estatura de todos los estudiantes no cambió.	Sí / No
Zacarías sigue siendo el más bajo.	Sí / No

III. Más ejemplos de actividades o ítems liberados de Matemática para seguir trabajando con criterios de corrección.

En esta parte se muestran más actividades para que usted pueda trabajar con sus alumnos. Va a encontrar también que debajo de cada pregunta está la respuesta correcta, la que es considerada como parcialmente correcta, la incorrecta y la omitida o en blanco. En algunas actividades no hay respuesta parcialmente correcta. Con esas consignas DE CORRECCIÓN es la manera en que el estudio PISA codifica y luego da puntaje a las respuestas de los alumnos.

TIEMPO DE REACCIÓN

En una carrera de velocidad, se llama “tiempo de reacción” al intervalo de tiempo que transcurre entre el disparo de partida y el instante en que el corredor abandona el bloque de salida. El “tiempo final” incluye tanto el tiempo de reacción como el tiempo de la carrera.



La tabla siguiente muestra el tiempo de reacción y el tiempo final de 8 corredores en una carrera de 100 metros llanos.

Pista	Tiempo de reacción (seg)	Tiempo final (seg)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	No terminó la carrera
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

Pregunta 1: TIEMPO DE REACCIÓN

Identifica los corredores que ganaron las medallas de oro, plata y bronce en esta carrera. Completa la siguiente tabla con el número de la pista en la que corría cada finalista, su tiempo de reacción y su tiempo final.

Medalla	Pista	Tiempo de reacción (seg)	Tiempo final (seg)
ORO			
PLATA			
BRONCE			

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1:

Medalla	Pista	Tiempo de reacción (seg)	Tiempo final (seg)
ORO	3	0,197	9,87
PLATA	2	0,136	9,99
BRONCE	6	0,216	10,04

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

Pregunta 2: TIEMPO DE REACCIÓN

A la fecha, ningún ser humano ha podido reaccionar al disparo de partida en menos de 0,110 segundos.

Si el tiempo de partida registrado para un corredor es menor que 0,110 segundos, se considera que hubo una falsa partida, ya que el corredor tuvo que haber partido antes de escuchar el disparo.

Si el ganador de la medalla de bronce hubiera tenido un menor tiempo de reacción, ¿podría haber ganado la medalla de plata? Justificá tu respuesta.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: Sí, con explicación adecuada.

- Sí. Si hubiera tenido un tiempo de reacción 0,05 segundos menor, habría obtenido el segundo lugar.
- Sí, habría tenido oportunidad de ganar la medalla de plata si su reacción hubiera sido igual o menor que 0,166 segundos.
- Sí, si hubiera tenido el mejor tiempo de reacción, habría corrido en 9,93 segundos registro suficiente para ganar la medalla de plata.

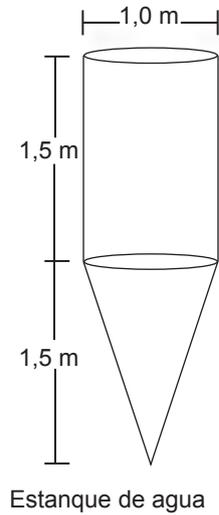
No logrado

Código 0: Otras respuestas, incluyendo "sí" sin una explicación adecuada.

Código 9: Pregunta no respondida.

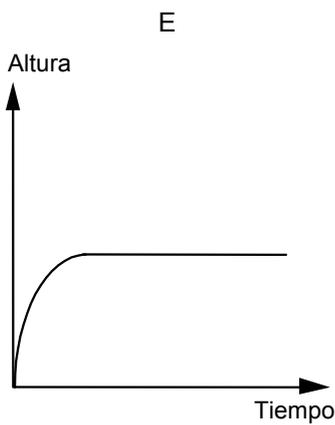
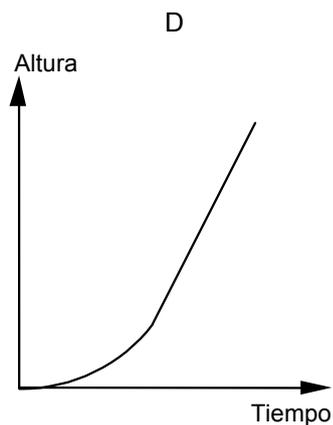
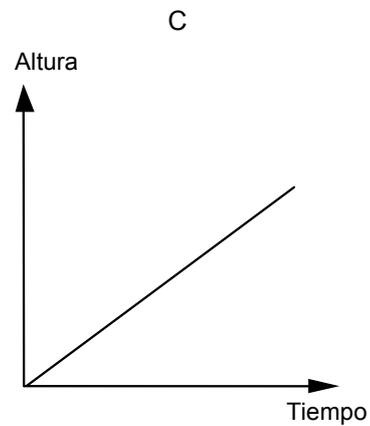
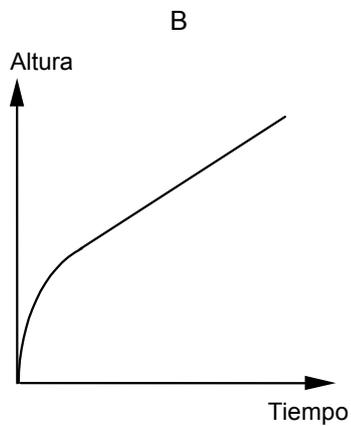
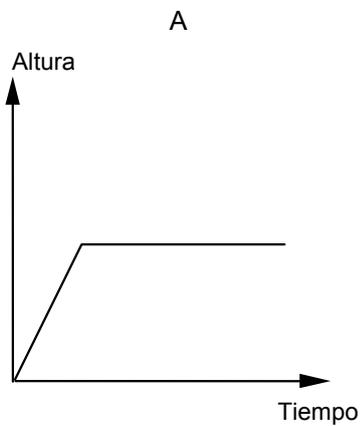
TANQUE DE AGUA

Un tanque de agua tiene la forma y las dimensiones que se muestran en el diagrama. Inicialmente, el tanque está vacío. Luego se llena con agua a razón de un litro por segundo.



Pregunta 1: TANQUE DE AGUA

¿Cuál de los siguientes gráficos ilustra el cambio en altura de la superficie del agua en el tiempo?



CRITERIOS DE CORRECCIÓN:**Logro completo**

Código 1: B.

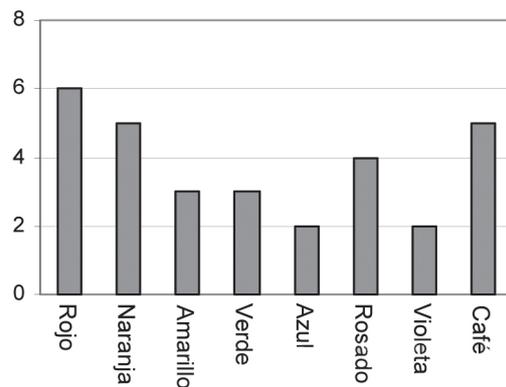
No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida.

DULCES DE COLORES

La madre de Roberto lo deja sacar un dulce de una bolsa. Roberto no puede ver los dulces. El número de dulces de cada color que hay en la bolsa se muestra en el siguiente gráfico:



Pregunta 1: DULCES DE COLORES

¿Cuál es la probabilidad de que Roberto saque un dulce rojo?

- A 10%
- B 20%
- C 25%
- D 50%

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: B. 20%.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

PRUEBAS DE CIENCIA

En la escuela de Mei Lin, el profesor de ciencia les toma pruebas que califica usando como referencia una escala de 100 puntos. Mei Lin tiene un promedio de 60 puntos en sus primeras cuatro pruebas de ciencia. En la quinta prueba obtiene 80 puntos.

Pregunta 1: PRUEBAS DE CIENCIA

¿Cuál es el promedio de sus notas de ciencia después de haber dado las cinco pruebas?

Promedio=

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: 64

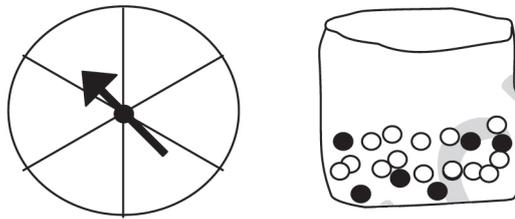
No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

PARQUE DE DIVERSIONES

En un puesto de un parque de diversiones, para tener derecho a jugar primero hay que probar suerte en una ruleta. Si la ruleta cae en un número par, el jugador puede sacar una bolita de una bolsa. En el siguiente dibujo se muestran la ruleta y las bolitas en la bolsa.



Pregunta 1: PARQUE DE DIVERSIONES

Obtiene premio el jugador que saca una bolita negra. Susana prueba una vez.
¿Qué probabilidad tiene de ganar un premio?

- A Imposible.
- B No es muy probable.
- C Tiene cerca del 50% de probabilidades.
- D Muy probable.
- E Es seguro.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: B. No es muy probable.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

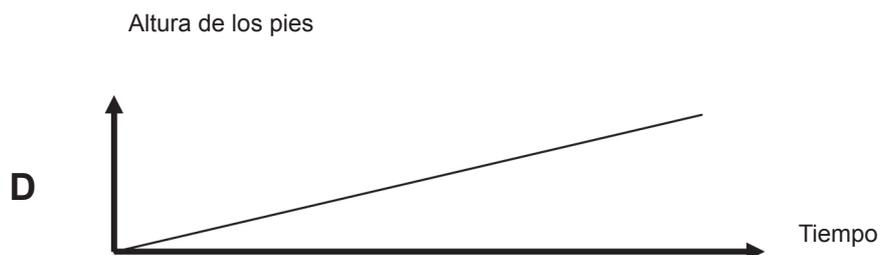
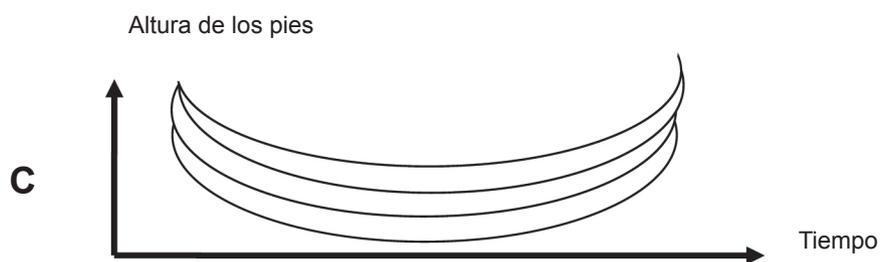
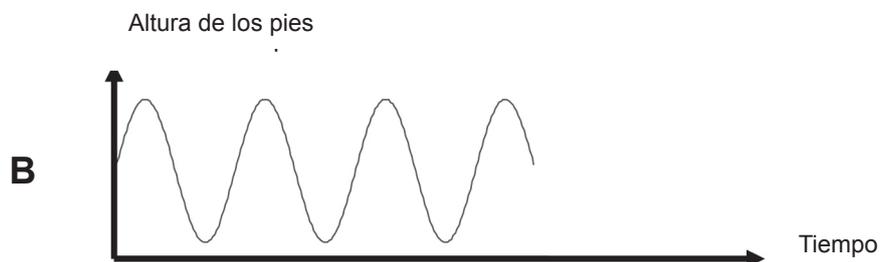
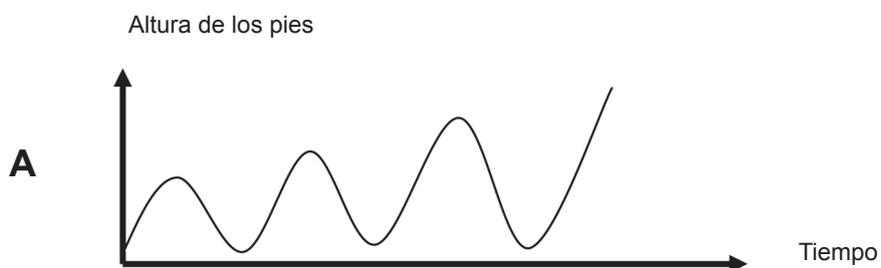
Código 9: Pregunta no respondida

HAMACA

Mauricio está sentado en una hamaca. Comienza a balancearse. Su idea es llegar lo más alto posible.

Pregunta 1: HAMACA

¿Cuál de estos gráficos representa mejor la altura de sus pies respecto al suelo mientras se hamaca?



CRITERIOS DE CORRECCIÓN:**Logro completo**

Código 1: A

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

ESTATURA DE LOS ESTUDIANTES

Un día, en una clase de matemáticas, se midió la estatura de todos los estudiantes. Se determinó que la estatura promedio de los hombres era 160 cm y la estatura promedio de las mujeres 150 cm. Amanda, la más alta, midió 180 cm. Zacarías, el más bajo, midió 130 cm.

Ese día, dos alumnos habían faltado a clases, pero estuvieron presentes al día siguiente. Una vez medidos, se recalcularon los promedios. Sorprendentemente, no cambió ni el promedio de altura de las mujeres ni el de los hombres.

Determina si es posible llegar a la(s) conclusión(es) siguiente(s) a partir de esta información. ¿Qué conclusión(es) se puede(n) derivar de la siguiente información? Encierra en un círculo "Sí" o "No" para cada conclusión.

Pregunta 1: ESTATURA DE LOS ESTUDIANTES

Conclusión	¿Puede obtenerse esta conclusión?
Ambos estudiantes son mujeres.	Sí / No
Uno de los estudiantes es hombre y el otro mujer.	Sí / No
Ambos estudiantes miden lo mismo.	Sí / No
El promedio de estatura de todos los estudiantes no cambió.	Sí / No
Zacarías sigue siendo el más bajo.	Sí / No

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: "No" para todas las conclusiones.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

PAGO POR SUPERFICIE

Los residentes de un edificio de departamentos deciden comprarlo. Han acordado juntar su dinero de modo que cada uno pague una cantidad proporcional al tamaño de su departamento.

Por ejemplo, un hombre que viva en un departamento que ocupe un quinto de la superficie total de todos los departamentos, deberá pagar un quinto del precio total del edificio.

Pregunta 1: PAGO POR SUPERFICIE

Encierra en un círculo "Correcto" o "Incorrecto" para las siguientes afirmaciones.

Afirmación	Correcto / Incorrecto
La persona que viva en el departamento más grande pagará más por cada metro cuadrado de su departamento que la persona que viva en el departamento más chico.	Correcto / Incorrecto
Si conocemos la superficie de dos departamentos, y el precio de uno sólo, podemos calcular el precio del segundo.	Correcto / Incorrecto
Si conocemos el precio del edificio y cuánto pagara cada dueño, podemos calcular la superficie de todos los departamentos.	Correcto / Incorrecto
Si el precio total del edificio se redujera en un 10%, cada uno de los dueños tendría que pagar un 10% menos.	Correcto / Incorrecto

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: Incorrecto, Correcto, Incorrecto, Correcto, en ese orden.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

Pregunta 2: PAGO POR SUPERFICIE

En el edificio hay tres departamentos. El más grande, el departamento 1, tiene una superficie total de 95m². Los departamentos 2 y 3 tienen superficies de 85m² y 70m², respectivamente. El precio de venta del edificio es de 300.000 zeds.

¿Cuánto debería pagar el dueño del departamento 2? Muestra tus cálculos.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN

Logro completo

Código 2: 102.000 zeds, con o sin incluir el cálculo (el uso de unidades es opcional).
Departamento 2: 102. 000 zeds

$$\text{Dept. - 2 : } \frac{85}{250} \times 300.000 = 102. 000 \text{ zeds}$$

$$\frac{300000}{250} = 1200 \text{ zeds por metro cuadrado, así que el departamento 2 valdría 102.000.}$$

Logro parcial

Código 1: Método correcto pero contiene uno o varios pequeños errores de cálculo.

$$\text{Depto. - 2 : } \frac{85}{250} \times 300.000 = 10. 200 \text{ zeds}$$

No logrado

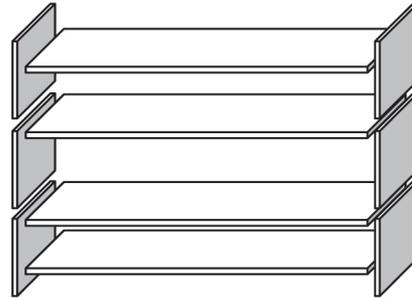
Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida.

REPISAS

Para armar un juego de repisas, un carpintero necesita los siguientes materiales:

- 4 paneles de madera largos,
- 6 paneles de madera cortos,
- 12 grampas pequeños,
- 2 grampas grandes y
- 14 tornillos.



Pregunta 1: REPISAS

Un carpintero tiene en su depósito 26 paneles de madera largos, 33 paneles de madera cortos, 200 grampas pequeños, 20 grampas grandes y 510 tornillos.
¿Cuántos juegos de repisas puede hacer el carpintero?

Respuesta:

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: 5.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

BASURA

Para una tarea sobre el medio ambiente, los estudiantes recopilaron información sobre el tiempo de descomposición de diversos tipos de basura que tiran las personas:

Tipo de basura	Tiempo de descomposición
Cáscara de banana	1–3 años
Cáscara de naranja	1–3 años
Cajas de cartón	0,5 años
Chicle	20–25 años
Periódicos	Algunos días
Vasos de poliestireno	Más de 100 años

Un estudiante piensa presentar los resultados en un gráfico de barra.

Pregunta 1: BASURA

Da una razón por la cual un gráfico de barra es inadecuado para presentar estos datos.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: La razón se basa en las grandes variaciones de los datos o en la variabilidad de los datos en algunas categorías.

- La diferencia en la longitud de las barras del gráfico de barra sería demasiado grande.
- Si hacemos una barra de 10 centímetros de longitud para el poliestireno, la barra para cajas de cartón sería de 0,05 centímetros.
- La longitud de la barra para "vasos de poliestireno" no está determinada.
- No se puede hacer una barra para 1 a 3 años o una para 20 a 25 años.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

- Porque no funcionará.
- Es mejor un pictograma.
- No se puede verificar la informacións.

Código 9: Pregunta no respondida

TERREMOTO

Se transmitió un documental acerca de los terremotos y con qué frecuencia ocurren. El programa incluyó un debate sobre la probabilidad de predecir terremotos. Un geólogo afirmó: “En los siguientes veinte años, la probabilidad de que ocurra un terremoto en la ciudad de Zed es dos de tres.”

Pregunta 1: TERREMOTO

¿Cuál de los siguientes comentarios refleja mejor el significado de la afirmación del geólogo?

- A Dado que $\frac{2}{3} \times 20 = 13,3$ entonces, en la ciudad de Zed habrá un terremoto en algún momento entre los 13 y los 14 años siguientes.
- B $\frac{2}{3}$ es mayor que $\frac{1}{2}$, así que seguro habrá un terremoto en la ciudad de Zed en los próximos 20 años.
- C La probabilidad de que haya un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento en los próximos 20 años es mayor que la probabilidad de que no haya un terremoto.
- D No se puede decir qué pasará porque nadie puede estar seguro de cuándo ocurrirá un terremoto.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: C. La probabilidad de que haya un terremoto en la ciudad de Zed en algún momento en los próximos 20 años es mayor que la probabilidad de que no haya un terremoto

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

ALTERNATIVAS

En una pizzería, los clientes pueden crear su propia pizza. La pizzería ofrece una pizza con dos ingredientes básicos: queso y tomate. Además se puede elegir entre diferentes ingredientes **adicionales**.

Pregunta 1: ALTERNATIVAS

Raúl desea ordenar una pizza con dos ingredientes adicionales. La pizzería ofrece cuatro diferentes ingredientes adicionales: aceitunas, jamón, champiñones y salame.

¿Cuántas combinaciones diferentes puede elegir Raúl?

RESPUESTA:combinaciones

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: 6

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

Si una pizzería usa la siguiente propaganda

Elige entre más de 250 tipos de Pizzas

Pregunta 2: ALTERNATIVAS

¿Cuál es el número mínimo de ingredientes **adicionales** diferentes que debería tener la pizzería? Da una explicación que justifique tu respuesta.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 2: 8, con una explicación adecuada.

- Con 2 ingredientes hay 4 tipos.

El tercer ingrediente duplica el número de tipos (se pueden tener los 4 tipos con o sin el ingrediente #3), entonces 8 tipos.

Cada ingrediente adicional duplica el número de pizzas posibles, así 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 nos lleva a más de 250 pizzas de tener disponibles 8 ingredientes.

- Cada ingrediente permite 2 posibilidades: con o sin (C o S).

Una pizza posible con 3 ingredientes es CCS. Hay $2^3 = 8$ pizzas distintas.

El primer número n donde $2^n > 250$ es $n=8$.

Logro parcial

Código 1: 8 sin explicación, u 8 con explicación insuficiente.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

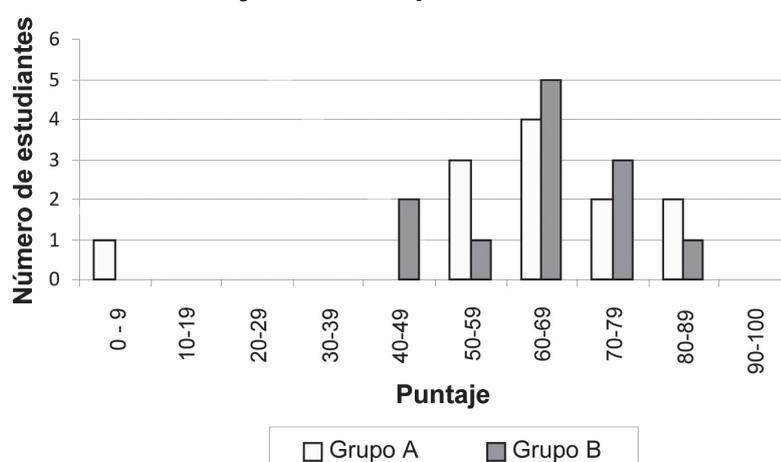
Código 9: Pregunta no respondida

PUNTAJES DE PRUEBAS

El siguiente gráfico muestra los resultados en una prueba de ciencias para dos grupos de estudiantes, designados como Grupo A y Grupo B.

El puntaje promedio para el Grupo A es 62,0 y el promedio para el Grupo B es 64,5. Los estudiantes aprueban cuando su puntaje es de 50 o más.

Puntajes en una prueba de ciencias



Al observar los resultados de este gráfico, el profesor concluye que al Grupo B le fue mejor que al Grupo A en esta prueba.

Los estudiantes del Grupo A no están de acuerdo con su profesor.

Pregunta 1: PUNTAJES DE PRUEBAS

Entrega un argumento matemático que podrían usar los estudiantes del Grupo A para convencer a su profesor de que al Grupo B no le fue necesariamente mejor.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

- Código 1: Se entrega un argumento válido. Los siguientes son argumentos válidos.
- Más estudiantes del Grupo A que del Grupo B pasaron la prueba. Si ignoramos al estudiante más débil del Grupo A, a los estudiantes del Grupo A les va mejor que a los del Grupo B;
 - Más estudiantes del grupo A que del Grupo B tuvieron un puntaje de 80 o más.

No logrado

Código 0: Otras respuestas, incluidas respuestas sin razones matemáticas, o razones matemáticas incorrectas.

- Los estudiantes del Grupo A normalmente son mejores que los del Grupo B en ciencias. El resultado de esta prueba es solo una coincidencia.

Código 9: Pregunta no respondida

CALZADO INFANTIL

La siguiente tabla muestra el tamaño de zapato recomendado en Zedlandia para diversos largos de pie.



Desde (en mm)	Hasta (en mm)	Tamaño de zapato
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

Tabla de conversión para tamaños de calzado infantil en Zedlandia

Pregunta 1: CALZADO INFANTIL

Los pies de Marina miden 163 mm de largo. Usá la tabla para determinar qué tamaño de zapato confeccionado en Zedlandia debería probarse Marina.

Respuesta:

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: 2 : 6

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

Algunos zapatos son fabricados en Inglaterra. Estos zapatos tienen los tamaños usados en Inglaterra en lugar de los tamaños de Zedlandia.

Una manera aproximada de convertir el tamaño de zapatos ingleses al tamaño de zapatos de Zedlandia es la siguiente:

Un tamaño de zapato 13 de Inglaterra corresponde a un tamaño de zapato 31 en Zedlandia; y

La diferencia entre cualquier tamaño de zapato de Inglaterra y su correspondiente tamaño de zapato en Zedlandia es una constante.

Pregunta 2: CALZADO INFANTIL

¿Qué tamaño de zapato de Inglaterra debería probarse Marina?

- A. 4
- B. 8
- C. 10
- D. 13

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: B.8

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

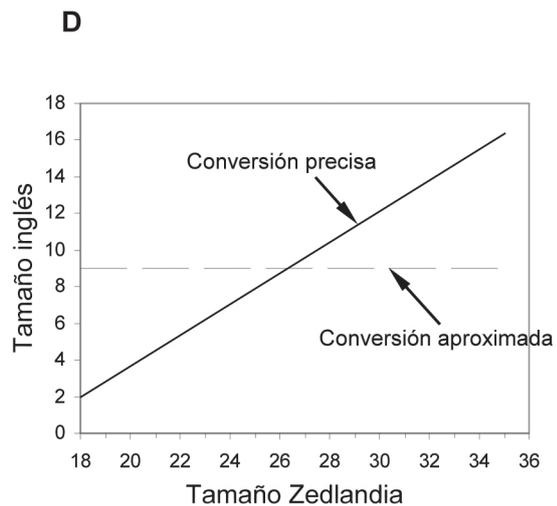
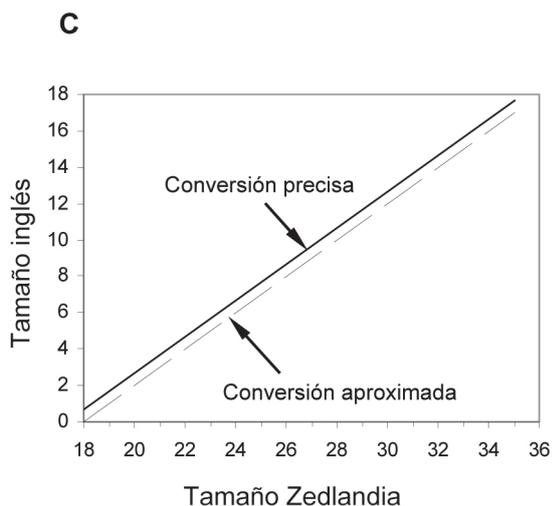
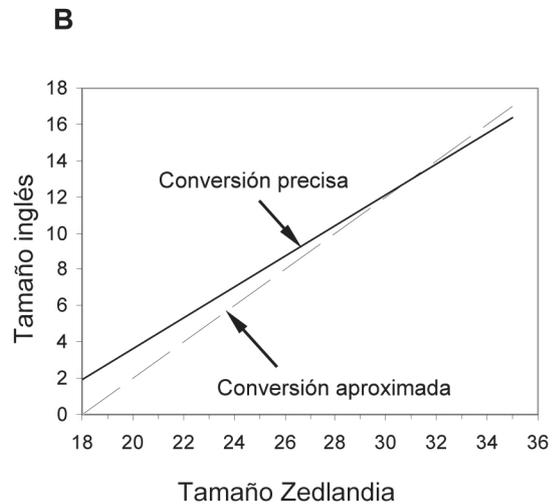
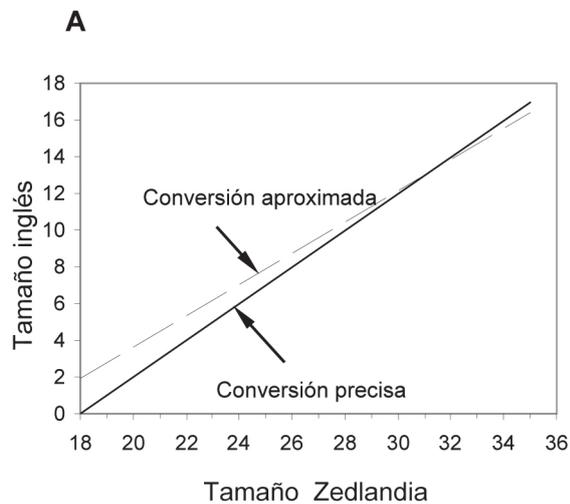
Código 9: Pregunta no respondida

La siguiente fórmula muestra una conversión más precisa entre el tamaño de zapato en Inglaterra y en Zedlandia:

$$\text{Tamaño zapato Inglaterra} = (0,85 \times \text{tamaño de zapato Zedlandia} - 13,35).$$

Pregunta 3: CALZADO INFANTIL

¿Cuál de los siguientes gráficos muestra la relación entre los tamaños de zapatos en Inglaterra y en Zedlandia usando la conversión precisa y utilizando la conversión aproximada (descrita en la pregunta anterior)?



CRITERIOS DE CORRECCIÓN:**Logro completo**

Código 1: B.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

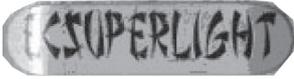
Código 9: Pregunta no respondida

SKATE

Enrique es un gran fanático del skate. Él visita un negocio llamado SKATERS para comprobar algunos precios.

En este negocio podés comprar una skate completo. Sin embargo, también podés comprar una tabla, un juego de 4 ruedas, un juego de dos ejes y un juego de accesorios por separado y armar el skate vos mismo.

Los precios para los productos del negocio son:

Producto	Precio en zeds	
Skate completo	82 u 84	
Tabla	40, 60 ó 65	
Un juego de 4 ruedas	14 ó 36	
Un juego de 2 ejes	16	
Un juego de accesorios (rodamientos, cuñas de goma, pernos y tuercas)	10 ó 20	

Pregunta 1: SKATE

Enrique quiere armar su propio skate. ¿Cuál es el precio mínimo y el precio máximo en este negocio para un skate armado por él mismo?

(a) Precio mínimo: zeds.

(b) Precio máximo: zeds.

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:**Logro completo**

Código 21: Tanto el mínimo (80) como el máximo (137) están correctos.

Logro parcial

Código 11: Sólo el mínimo (80) está correcto.

Código 12: Sólo el máximo (137) está correcto..

No logrado

Código 00: Otras respuestas.

Código 99: Pregunta no respondida

Pregunta 2: SKATE

El negocio ofrece 3 tipos de tablas, 2 tipos de ruedas y 2 tipos de accesorios. Sólo hay una opción para el juego de ejes.

¿Cuántos skates distintos puede construir Enrique?

- A. 6
- B. 8
- C. 10
- D. 12

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:**Logro completo**

Código 1: D. 12.

No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

Enrique tiene 120 zeds para gastar y quiere comprar el skate más caro que pueda pagar.

Pregunta 3: SKATE

¿Cuánto dinero debería gastar Enrique en cada una de las 4 partes? Escribí tu respuesta en la siguiente tabla.

Parte	Cantidad (zeds)
Tabla	
Ruedas	
Ejes	
Accesorios	

CRITERIOS DE CORRECCIÓN:

Logro completo

Código 1: 65 zeds en una tabla, 14 en ruedas, 16 en ejes y 20 en accesorios.

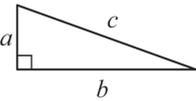
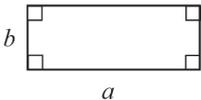
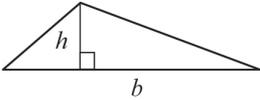
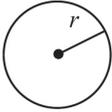
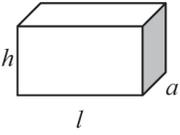
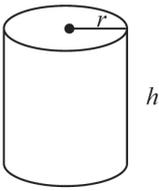
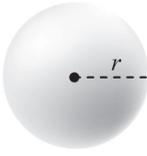
No logrado

Código 0: Otras respuestas.

Código 9: Pregunta no respondida

FÓRMULAS QUE PODES USAR

Las siguientes fórmulas te ayudarán a responder algunas de las preguntas de matemática. Podés usar algunas de estas fórmulas para contestar varias preguntas.

Dibujo	Descripción	Fórmula
	El Teorema de Pitágoras para un triángulo rectángulo con lados a , b e hipotenusa c .	$a^2 + b^2 = c^2$
	Área de un rectángulo de lados a y b .	$\text{Área} = a \cdot b$
	Área de un triángulo de base b y altura h .	$\text{Área} = \frac{1}{2} b \cdot h$
	La circunferencia de un círculo de radio r .	$\text{Circunferencia} = 2 \cdot \pi \cdot r$
	El área de un círculo de radio r .	$\text{Área} = \pi \cdot r^2$
	Volumen de un prisma de base rectangular de largo l , ancho a y altura h .	$\text{Volumen} = l \cdot a \cdot h$
	Área lateral de un cilindro de radio r y altura h .	$\text{Área} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ $= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h)$
	Volumen de un cilindro de radio r y altura h .	$\text{Volumen} = \pi \cdot r^2 \cdot h$
	Área de la superficie de una esfera con radio r .	$\text{Área} = 4 \cdot \pi \cdot r^2$
	Volumen de una esfera de radio r .	$\text{Volumen} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Nota: Podés usar 3,14 ó $\frac{22}{7}$ cómo una aproximación al valor de π .



Physics Formulas and Concepts

Simple Pendulum: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Physical Pendulum: $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$

Wave Equations: $y(x,t) = A \sin(kx + \omega t + \phi)$, $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$

Interference: $\Delta L = 0.5, 1.5, 2.5$ fully constructive; $\Delta L = 0.5, 1.5, 2.5$ fully destructive

Thin Film Interference: $2L = (n + \frac{1}{2})\lambda$ minima; $2L = n\lambda$ maxima

Diffraction Grating: $d \sin \theta = m\lambda$ maxima; $d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ minima

Dispersion: $D = \frac{m}{d \cos \theta}$; $R = Nm$ resolving power

Optics: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$; $M = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$

Thermodynamics: $Q = mc\Delta T$; $W = PdV$; $P_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum P_i^2}$

Electromagnetism: $\vec{E} = -\nabla\phi - \dot{\vec{A}}$; $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

Relativity: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$; $E = \gamma mc^2$

Statistics: $\mu = \frac{1}{N} \sum x_i$; $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum x_i^2 - \mu^2$

Mathematical Tools: $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$; $\log x^y = y \log x$

